ChinaXiv合作期刊

第 40 卷　第 4 期　　天 文 学 进 展　　Vol. 40, No. 4
2022 年 12 月　　PROGRESS IN ASTRONOMY　　Dec., 2022

doi: 10.3969/j.issn.1000-8349.2022.04.03

暗物质晕的边界研究进展

宋家宇[1,2]

(1. 中国科学院 上海天文台 星系与宇宙学重点实验室，上海 200030； 2. 中国科学院大学，北京 100049)

摘要： 介绍了关于暗物质晕的边界定义问题。传统的球形高密算法，将一定密度的球形高密度区定义为一个暗晕，该定义方式会出现“伪演化”的问题。早期寻找暗晕的算法还包括常用的连接邻近粒子的“朋友链”算法。此外也进行过各种探索，如：根据静态区间的最远位置而定义的暗晕静态半径，以及近些年根据密度轮廓在外围剧烈下降这一特点而提出的回溅半径、根据暗晕的动力学特征所提出的特征耗竭半径和内部耗竭半径，这些定义能够反映暗晕的动态特性。同时还介绍了计算回溅半径的两种程序和观测支持，以及对于银河系的内部耗竭半径的探测。对暗晕的并合树以及增长过程也进行了介绍。最后对各种边界进行总结和展望。

关　键　词： 暗物质晕；边界；高密度；回溅半径；耗竭半径

中图分类号： P159.5　　　**文献标识码：** A

1 引　言

根据目前人们对宇宙大尺度结构形成的理解，宇宙是由大约 27% 的暗物质、5% 的重子物质，以及其余 68% 的暗能量组成[1]。冷暗物质分级坍缩冷却形成暗物质晕 (简称暗晕)，而暗晕是组成宇宙的基石，在其引力势的中心孕育着星系[2, 3]。

人们目前对于暗晕的基本性质认识还不够完善，对于暗晕的大小这一重要问题的认识还处在起步阶段。最初，人们受到球对称坍缩模型[4]的启发，提出了球形高密算法 (spherical overdensity, SO)[5, 6]，即将密度达到一定值的球形区域定义为一个暗晕，但是这种基于密度的定义并不能反映暗晕的真实情况，会出现后来被称作是“伪演化”的现象[7–11]，即根据定义，暗晕半径和质量增长很多，而实际物理过程并没有明显变化的情况。此外，传统的暗晕定义方法还有著名的“朋友链”(Friends-of-Friends, FoF) 算法[12, 13]，两者都是早期定义暗晕的手段。

收稿日期： 2022-01-04；　**修回日期：** 2022-03-17

资助项目： 国家自然科学基金 (11222325)；中科院新兴与交叉学科布局试点项目 (KJCX2-EW-J01)；上海市人才发展资金 (2011069)；973 项目 (2015CB857003)；上海市自然科学基金 (19ZR1466800)

通讯作者： 宋家宇，jysong@shao.ac.cn

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

后来，人们对此进行了不少探索，更多地从动态的视角出发，而不是简单地考虑暗晕的密度。Cuesta 等人 (2008)[8] 提出的静态半径的概念，能够反映暗晕的动力学特性，因而具有一定的优点。

前些年，有人提出暗物质晕的回溅 (splashback) 半径 ($R_{\rm sp}$) 的概念[11, 14–17]，最初是由于 Diemer 和 Kravtsov[14] 发现暗晕密度轮廓的斜率在外围处剧烈下降，该半径对应于暗物质粒子落入暗晕后第一次经过轨道远心点的位置。暗晕近期所吸积的物质出现了回溅，即飞溅出去然后又回来的现象。该半径能够将暗晕的内外区域明显地区分开来，因而被认为是非常自然和物理的定义，且一经提出就备受关注。并且在观测上也能找到支持，如：More 等人[18] 被认为是最早测得回溅特征的，他们在斯隆数字巡天 (Sloan Digital Sky Survey, SDSS)[19] 中星系团周围的测光星系的投影数密度轮廓中发现了一个尖锐的暗晕边缘，而该边缘就对应于卫星星系落入后的第一轨道远心点。此外，Chang 等人 (2018)[20] 运用暗能量巡天 (Dark Energy Survey, DES)[21] 的数据，测得了星系密度轮廓的类回溅的陡峭的特征。Bianconi 等人 (2021)[22] 利用近邻星系团子结构巡天 (Local Cluster Substructure Survey, LoCuSS)[23] 的数据，直接探测了星系团的回溅特征，并研究了星系团的动力学状态对该特征出现的影响。

无独有偶，最近 Fong 和 Han[24] 引入了暗晕的耗竭半径 (depletion radius) 的概念，分为内部耗竭半径 (inner depletion radius, $R_{\rm id}$) 和特征耗竭半径 (characteristic depletion radius, $R_{\rm cd}$)，其定义分别是在质量流入率最大的位置和偏袒轮廓最小的位置。其中的内部耗竭半径 ($R_{\rm id}$) 将正在增长中的暗晕，与周围暗晕因吸积而被“消耗”的环境分隔开来，并且该区域内的密度具有大致相同的值。随后，Li 和 Han (2021)[25] 利用近邻矮星系的径向运动，率先测出银河系暗晕的内部耗竭半径和回转半径 (turnaround radius, $R_{\rm ta}$)[26, 27]，并且揭示了银河系的独特演化历史和动力学状态。

第 2 章将介绍几种关于暗晕边界定义的方法，尤其是传统的球形高密算法及其问题，并且重点介绍回溅半径的发现过程、计算回溅半径的程序算法以及耗竭半径的引入过程；第 3 章将介绍一些观测上用到的和观测到的暗晕边界；第 4 章将介绍暗晕的并合树 (merger tree) 以及对于暗晕增长过程的描述；第 5 章将对各种边界进行总结和探讨。

2 暗物质晕边界的几种定义

本章主要介绍暗晕边界的几种主要的定义，分别是传统的球形高密算法 (SO) 和 FoF 算法，以及后来提出的静态半径、回溅半径和耗竭半径。基于密度的算法存在“伪演化”的问题，难以反映暗晕的真实情况。而著名的 FoF 算法，通过连接数值模拟中一定距离以内的粒子，以此来定义暗晕；并且，很多追踪暗晕和构建并合树的程序往往先运行 FoF 算法。此外，人们也试图寻找新的办法去定义暗晕的边界。根据径向速度提出的静态半径和相应的静态质量的概念，也具有一定的优点。本章重点介绍回溅半径的概念，人们发现在暗晕的外围密度轮廓的 (对数) 斜率是剧烈下降的，经过深入研究而定义出了这一著名的概念。我们

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

也将展开介绍两种计算回溅半径的程序。最近又有人根据暗晕的偏袒轮廓和物质在径向流动的动态过程，定义了特征耗竭半径和内部耗竭半径这一组物理量，并且认为这更加自然地刻画了暗晕边界，比回溅半径意义更为清晰。此外，需要强调的是，伪演化问题是密度定义所独有的，其他反映暗晕动态特征的定义则不存在此问题。

2.1 基于密度的定义

在球对称坍缩模型[4]的启发下，人们发明了球形高密算法 (SO)[5, 6]，即将密度达到一定值的球对称区域当做一个暗晕。

具体过程为，SO 算法先将数值模拟中的所有粒子根据它们的局部密度排序，然后从密度最高的地方出发，划出球形的区域，该区域半径不断增长，直到其密度下降到一定的阈值以下。将这团暗晕物质的中心根据所选区域的质量中心重新迭代，然后重新划出球形区域，直到暗晕的中心和成员收敛为止。随后，所有已经被分配到暗晕的粒子被剔除出去不再计算。用同样的方法反复迭代，直到找出所有暗晕。最终，内部小的暗晕或者与更大的暗晕重叠的暗晕将合并成为更大的团块。

通过以上方法找到的暗晕，其质量、密度和半径符合以下公式：

$$M_{\Delta} = \frac{4\pi}{3}\Delta\rho_{\rm ref}R_{\Delta}^3 \quad , \tag{1}$$

其中，$\rho_{\rm ref}$ 叫做参考密度，Δ 则是倍数。参考密度可取宇宙物质平均密度或者临界密度，这两种密度都会随红移演化。根据选择有 $200\rho_{\rm mean}$ 和 $180\rho_{\rm crit}$ 等，相应的半径为 $R_{\rm 200m}$ 和 $R_{\rm 180c}$，质量为 $M_{\rm 200m}$ 和 $M_{\rm 180c}$。常用的是用 Bryan 和 Norman[28] 1998 年提出的密度 (简称 BN98)：

$$\rho_{\rm vir} = (18\pi^2 - 82q - 39q^2)\rho_{\rm crit} \quad , \tag{2}$$

其中，

$$q \equiv \frac{\Omega_{\Lambda,0}}{\Omega_{M,0}a^{-3} + \Omega_{\Lambda,0}} \quad . \tag{3}$$

与之相对应的就是 $R_{\rm vir}$ 和 $M_{\rm vir}$，即人们通常所说的位力半径和位力质量。式中 a 是尺度因子，$\rho_{\rm crit}$ 是临界密度，$\Omega_{M,0}$ 和 $\Omega_{\Lambda,0}$ 分别是红移为 0 时的宇宙物质密度参数和宇宙学常数参数。

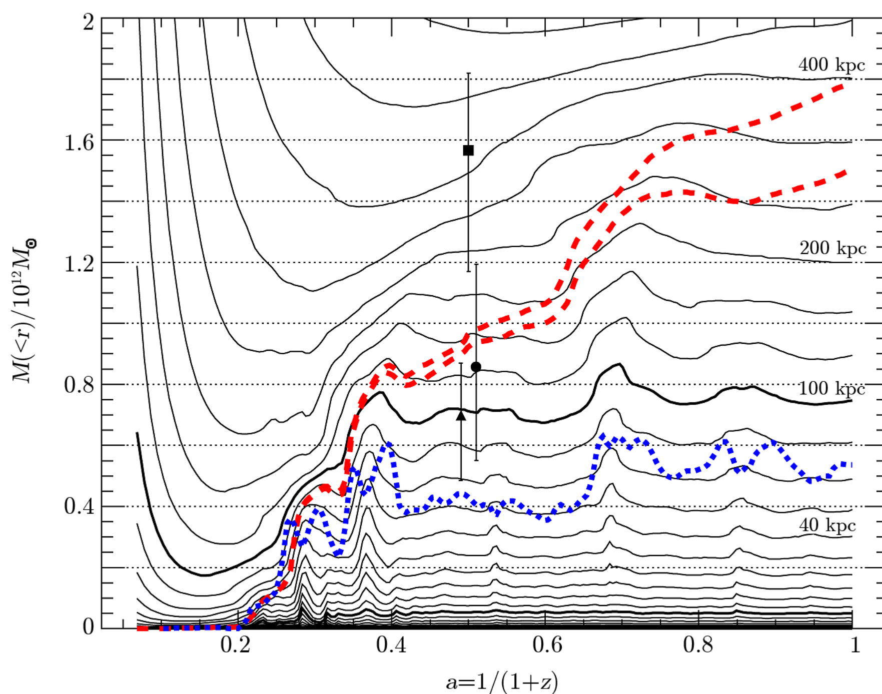
然而，SO 算法试图通过密度区域来定义暗晕边界存在着一定的问题，不能够反映暗晕真实过程，会出现所谓的“伪演化”的现象，即根据定义，暗晕的质量和半径增长很多，而实际并未伴随内部的物理过程也变化的现象。以下将详细介绍伪演化现象。

Diemand 等人[7]于 2007 年给出在 Via Lactea 数值模拟[29]中银河系质量的暗晕质量增长历史，见图 1。从图 1 中可以看出，物理质量的吸积过程从大约红移 $z = 1.7$ (尺度因子 $a = 0.37$) 以后就很少发生，并且在 400 kpc 以内的尺度范围内，红移 $z = 0$ 时 80% 以上的物质在红移 $z = 1$ 的时候就已经吸积完成。而在相应的时间范围里，其位力质量 $M_{\rm vir}$ 以及 M_{200} 却增长了很多。

Cuesta 等人[8]给出星系尺度的暗晕密度轮廓演化 (见图 2)。从图 2 中可以清晰地看出，自从红移 $z = 1$ 以来，暗晕的密度轮廓几乎没什么变化，但是红移 $z = 0$ 时的位力半径却增

chinaXiv:202306.00403v1

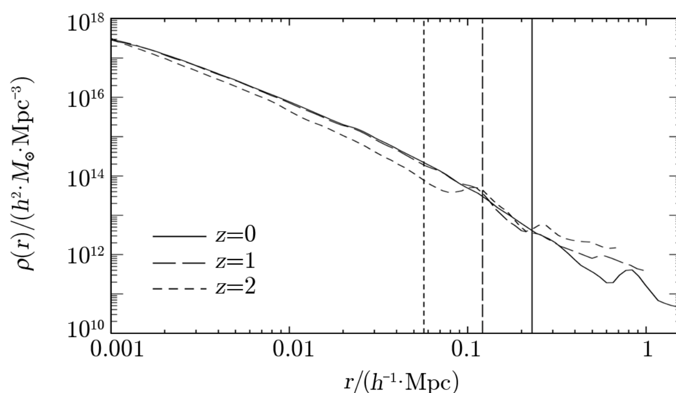
ChinaXiv合作期刊



注：上方红色虚线为 M_{200}，下方红色虚线为 $M_{\rm vir}$，蓝色点线为最大旋转速度半径内的质量，一条条黑色的实线为一定物理半径的球形区域内的质量演化。

图 1　数值模拟中一个银河系质量大小的暗物质晕的质量吸积历史[7]

加到了 $z=1$ 时的两倍。



注：竖直线是各个红移时的位力半径。

图 2　数值模拟中一个星系大小的暗物质晕的密度轮廓的演化[8]

对此，Diemer 等人[9]研究发现，红移 $z=1$ 以后，相当多的暗晕存在伪演化现象，并且大部分小质量 ($\lesssim 10^{12}\ M_{\odot}/h$) 的暗晕都有伪演化的发生。

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

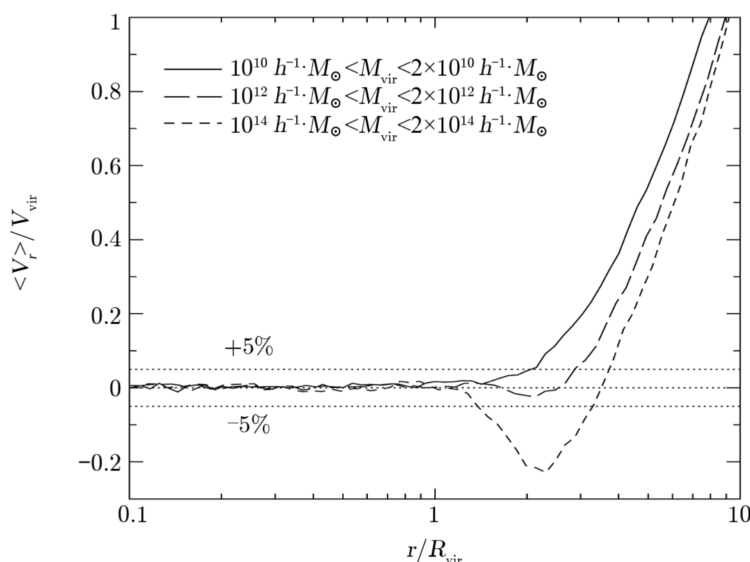
2.2 “朋友链”(FoF) 算法

FoF 算法[12, 13]将距离小于一定值 $bn^{-1/3}$ 的粒子连接起来，其中 n 是平均粒子密度，通常取 $b = 0.2$，即粒子平均距离的 20%。由此便得到一条条粒子的链条，将足够质量的作为暗晕。FoF 算法的一个特征是，计算得到的暗晕形状不规则，但是偶尔会出现一些中间连接的粒子将两个暗晕连接起来的情况。当然，该方法只是定义了暗晕本身，不存在严格的“边界”。

FoF 算法是很多追踪暗晕和构建并合树算法的基础，如子晕搜寻算法 (subhalo finder, SUBFIND)[30, 31]、等级型束缚追踪算法 (Hierarchical Bound-Tracing, HBT)[32, 33]、K 空间拓扑适应改进的稳健高密度算法 (Robust Overdensity Calculation using K-Space Topologically Adaptive Refinement, ROCKSTAR)[34]、子晕链接算法 (SUBLINK)[35] 等。

2.3 静态半径

Cuesta 等人[8]给出数值模拟中三个质量区间的暗晕平均径向速度，各区间由数百个不同的暗晕取平均得到 (见图 3)。上下虚线之间是他们所划分的静态区间 (5% 的位力速度)。星系团质量的暗晕具有很强的内落现象 (径向速度为负)，强内落以外的区域，即使平均径向速度接近零，也不属于静态区间。小质量和星系质量的暗晕则在哈勃流之前显示出小的外流。他们将静态区间的最远位置定义为静态半径，其中所包含的质量即为静态质量，并认为这比基于 SO 算法的位力质量和半径更好。



注：短虚线为星系团质量大小的暗晕，长虚线为星系质量大小的暗晕，实线为小质量暗晕。

图 3 不同质量区间的暗物质晕的平均径向速度[8]

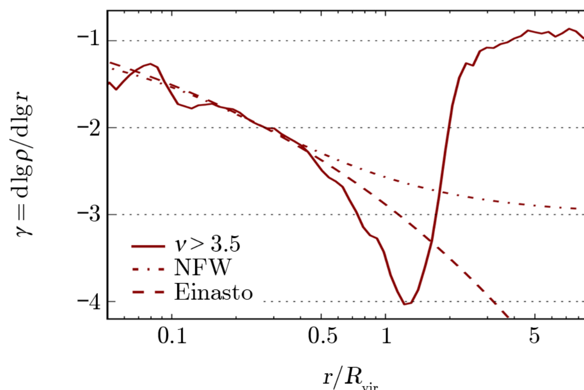
2.4 回溅半径

前几年提出的回溅半径($R_{\rm sp}$)的概念[11, 14−17]，被认为是较为自然的暗晕边界。

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

Diemer 和 Kravtsov[14]给出红移 $z = 0$ 时较大质量的暗晕 ($\nu > 3.5$, $M_{\rm vir} > 10^{15} M_{\odot}/h$) 密度轮廓斜率的中值 (见图 4)。可以看出该轮廓在外围处剧烈下降，与传统的 NFW[36] 和 Einasto[37] 轮廓对比相去甚远。



注：实线是较大质量暗晕密度轮廓的斜率，点划线和虚线分别是 NFW 和 Einasto 轮廓。

图 4 暗物质晕密度轮廓的斜率[14]

对于斜率跳跃下降的原因，Adhikari 等人[15]总结道：局部陡峭是由壳层交叉形成的焦散线所导致，与暗晕近期所吸积物质的回溅现象有关 (即飞溅出去然后又回来，如同防溅挡板一样)。各个粒子的轨道在相同的地方，尤其是轨道远心点附近产生堆积，使得焦散线加强。另外，这一显著的焦散线在球对称[38]和非对称[39]的情况下都存在。据此，人们便定义了暗晕的回溅半径。

More 等人[11]给出红移 $z = 0$ 时，质量 $M_{\rm vir} = 1.1 \times 10^{14} M_{\odot}/h$，质量吸积率 $\varGamma = 0.8$ 的暗晕的切片投影密度 (见图 5)。从图 5 中可以清晰地看出，密度场在 $R_{\rm sp}$ 的地方确实是剧烈下降的。这样的回溅半径将暗晕的多流区域与内落区域有效地区分开来。因此，$R_{\rm sp}$ 被认为是暗晕边界的一个非常自然的定义。同时，$R_{\rm sp}$ 以内的质量就相应地定义为回溅质量，$M_{\rm sp} \equiv M(< R_{\rm sp})$。

More 等人[11]根据密度轮廓的斜率最陡的地方来定义回溅半径。他们也给出了一个关于回溅半径的拟合公式：

$$\frac{R_{\rm sp}}{R_{\rm 200m}} = 0.54[1 + 0.53\varOmega_{\rm m}(z)](1 + 1.36{\rm e}^{-\varGamma/3.04}) \quad , \tag{4}$$

其中 $\varGamma$ 是质量吸积率，表示为：

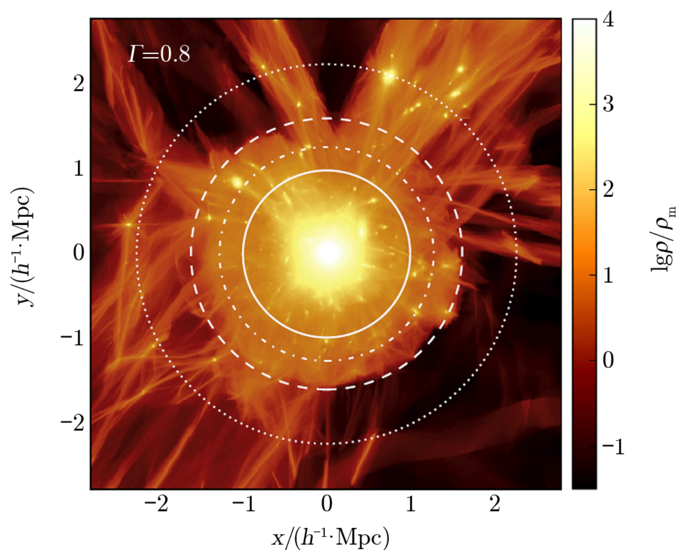
$$\varGamma \equiv \Delta\lg M_{\rm vir}/\Delta\lg a \quad , \tag{5}$$

$R_{\rm 200m}$ 是式 (1) 中取 200 倍宇宙物质平均密度定义的半径，a 是尺度因子，$M_{\rm vir}$ 是位力质量，$\varOmega_{\rm m}(z)$ 是宇宙物质密度参数。

此外，Diemer 等人[17, 40]开发了一个计算回溅半径的程序：子晕和粒子轨迹分析 (Subhalo and PARticle Trajectory Analysis, SPARTA) 算法。该算法分析了宇宙学模拟中宿主

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

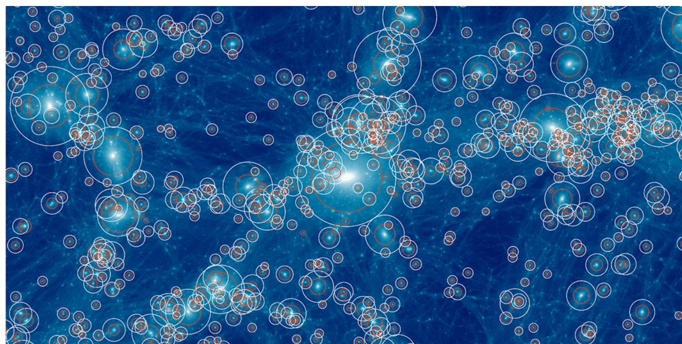


注：图中白色的实线为 R_{vir}，点划线为 R_{200m}，虚线为 R_{sp}，点线为 R_{infall}。

图 5　厚度为 $0.15R_{200m}$ 的暗物质晕切片的投影密度[11]

暗晕中的全部粒子轨道，并且能准确提取出粒子落入暗晕后的第一远心点，即回溅的位置。他们将粒子的远心点半径的平滑平均值定义为暗晕的回溅半径。

图 6 给出数值模拟中的一个宽度和深度均为 30 Mpc/h，高度为 15 Mpc/h 的切片。图 6 展示了传统的位力半径和用 SPARTA 算法给出的回溅半径。图中显示的暗晕粒子数 $N_{200m} \geqslant 1\,000$，相应的质量在 $1.4\times10^{11}M_\odot/h$ 及以上。其中，中间大的暗晕质量 $M_{200m}=1.2\times10^{14}M_\odot/h$。



注：白色圆为 R_{sp}，橘红色圆为 R_{vir}。

图 6　SPARTA 算法给出的回溅半径和位力半径对比[17]

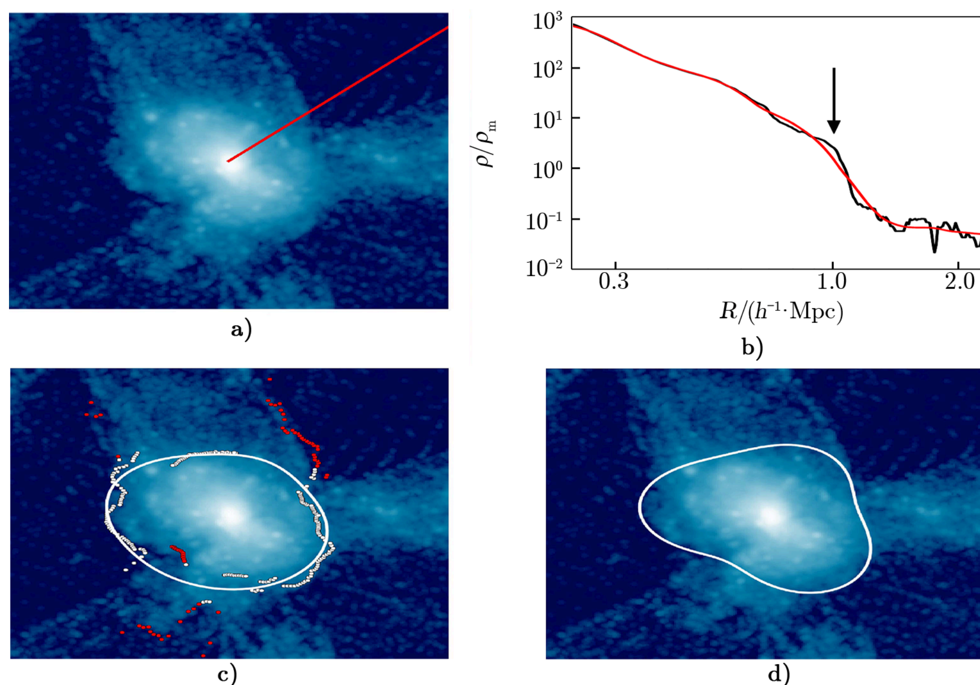
另外，Mansfield 等人[16]开发了球形暗晕壳层搜寻 (SHELL Finding in Spheroidal Halos, SHELLFISH) 算法。该算法可以根据数值模拟中密度场的单个快照，来识别出暗晕的“回

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

溅壳层”，无需粒子的动力学信息。

图 7 展示了 SHELLFISH 算法运行的 4 个步骤。



注：SHELLFISH 的步骤。

图 7 对一个星系团大小的暗晕使用 SHELLFISH 算法[16]

(1) 从中心出发，随机作出几万条射线 (图中红色的)，来追踪该暗晕的密度场。

(2) 测量此射线方向上的密度轮廓，得到图中黑色的线，经过 Savitzky-Golay 过滤器[41] 平滑后，得到图中红色的线；图中的箭头指向平滑轮廓最陡的地方。

(3) 标出所有斜率最陡的点，并将其分类；白色曲线是在点的选择过程中产生的过滤样条 (filtering spline)；距离该曲线近的点标为白色，远的标为红色。

(4) 根据 100 个随机方向的平面中总体回溅点的分布，拟合出 Penna-Dines 曲面[42]。

由此 SHELLFISH 便得到了暗晕的回溅壳层，根据体积等效原则可以得到回溅半径 R_{sp}，表示为：

$$R_{sp} \equiv \left(\frac{3V_{sp}}{4\pi}\right)^{1/3} , \tag{6}$$

其中，V_{sp} 为壳层所包含的体积。

2.5 耗竭半径 (depletion radius)

最近，Fong 和 Han[24] 提出了暗晕的内部耗竭半径 (inner depletion radius, R_{id}) 和特征耗竭半径 (characteristic depletion radius, R_{cd}) 这一组全新的概念，并且也认为是对于暗晕边界的自然刻画。

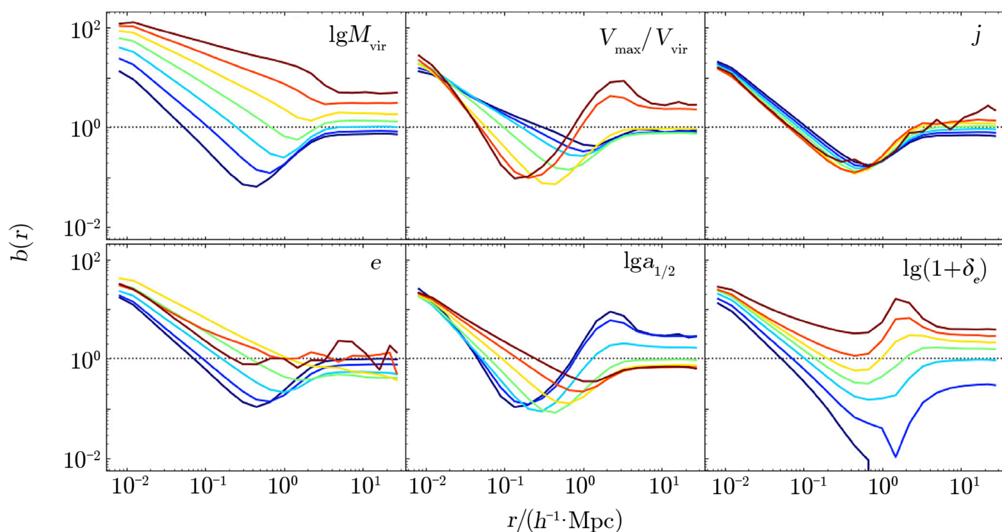
chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

图 8 的纵坐标 b 为偏袒因子，表示为：

$$b(r) = \frac{\xi_{\rm hm}(r)}{\xi_{\rm mm}(r)} = \frac{\langle\delta(r)\rangle}{\xi_{\rm mm}(r)} \quad , \tag{7}$$

其中，$\xi_{\rm hm}$ 和 $\xi_{\rm mm}$ 是暗晕-物质、物质-物质相关函数，$\delta(r)$ 是暗晕周围的物质密度差。图中清晰可见的是中间一个沟壑的存在，据此，他们便定义了暗晕的特征耗竭半径 ($R_{\rm cd}$)，即偏袒因子 b 最小的地方。



注：不同的子图代表不同的参量，不同颜色表示不同的质量区间。

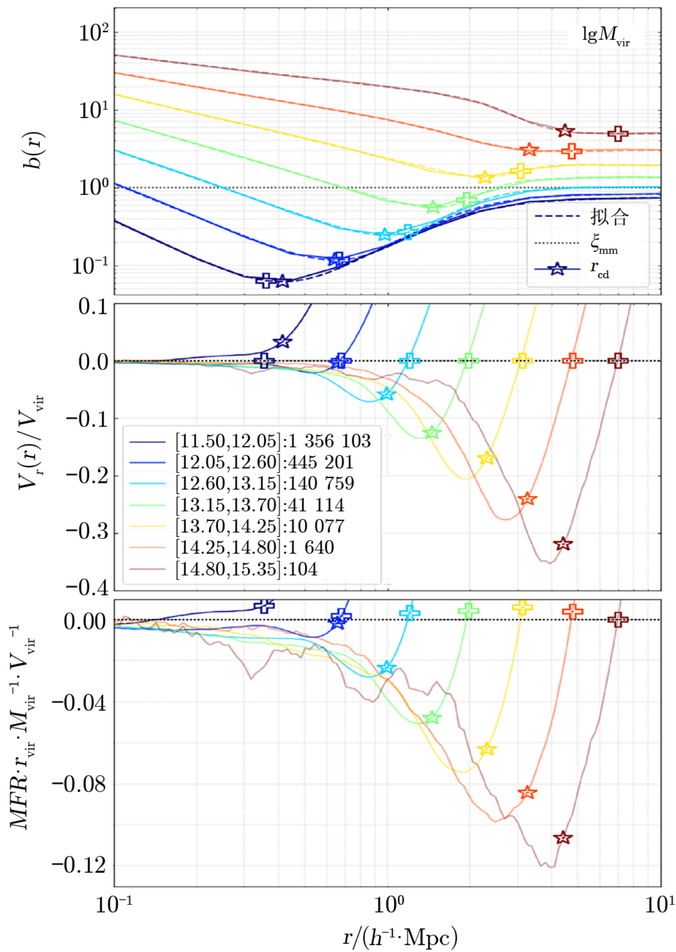
图 8　暗晕的偏袒轮廓与半径的关系[24]

图 9 展示了平均偏袒因子、径向速度和质量流速 (mass flow rate, MFR) 轮廓，给出暗晕的质量区间和相应区间内的暗晕数目。全部的径向速度可以分解为 $v_{\rm r} = v_{\rm p} + v_{\rm h}$，等号右边的两项分别是本动速度和哈勃速度，速度为负则表示朝向中心。MFR 表示单位时间流经横截面的物质，$MFR = \rho(r)v_{\rm r}(r)4\pi r^2$，用 $M_{\rm vir}\cdot v_{\rm vir}\cdot r_{\rm vir}^{-1}$ 进行归一化，其中位力速度为 $v_{\rm vir} = \sqrt{GM_{\rm vir}/r_{\rm vir}}$，$G$ 是引力常数。由图 9 中明显的沟壑可见，大质量暗晕活跃地吸积着周围物质，而小质量的则不然。

由于 MFR 决定着密度轮廓的演化，因此他们把图 10 所示的最大内流位置叫做最大内流半径。在最大内流半径内，物质像是被倒入暗晕；而在该半径外，物质像是被渐渐抽空一般。最大内流位置象征着从暗晕被构建的过程到物质被吸积所消耗的过程的转变。可见，最大内流半径预示着暗晕周围活跃的消耗区的内边界。于是，偏袒因子最小处的特征耗竭半径，应当在最大内流半径之外。正如图 9 所示，$R_{\rm cd}$ 比最大内流半径大了 10% ~ 20%。基于动力学的解释，他们把这一最大内流半径叫做“内部耗竭半径”($R_{\rm id}$)。$R_{\rm id}$ 预示着连绵不绝的耗竭过程的开始，而最小偏袒位置的 $R_{\rm cd}$ 则像是特征或者“最深的耗竭”半径一样，两者共同刻画了耗竭沟壑的尺度大小。

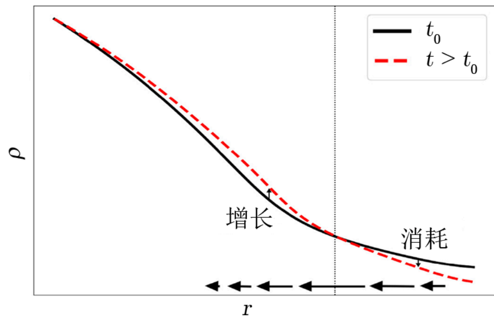
chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊



注：上图为图 8 中的偏袒轮廓，中图和下图分别是径向速度和 MFR。图中不同颜色代表质量区间，五角星和十字符号代表特征耗竭半径和回转半径。

图 9　不同位力质量区间的暗晕平均偏袒因子、径向速度和 MFR 轮廓图[24]



注：从黑实线到红虚线代表了暗晕的演化，垂直点线表示最大内流的位置即内部耗竭边界，水平箭头代表最大内流位置周围的物质流动的幅度。

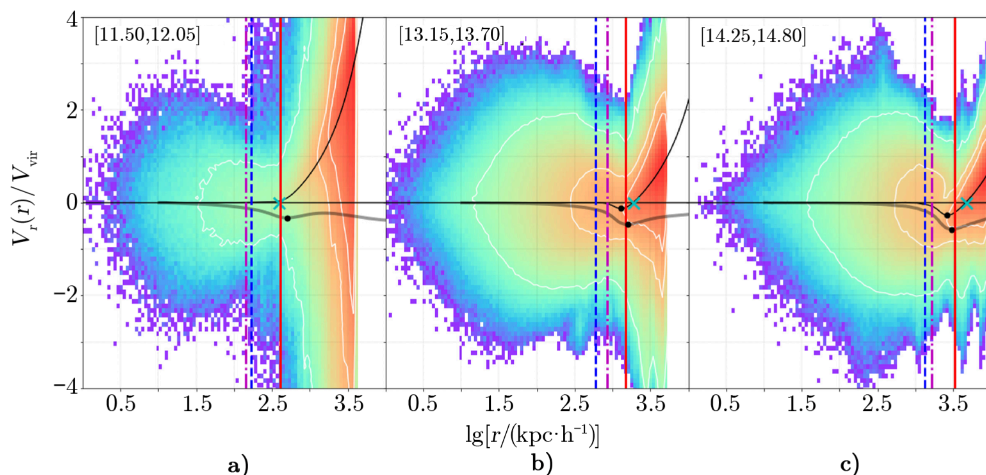
图 10　暗晕在最大内流位置附近吸积的示意图[24]

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

2.6　耗竭半径与回溅半径的关系

Fong 和 Han[24]给出不同质量区间的暗晕的径向速度分布 (见图 11)，位力质量 $M_{\rm vir}$ 以 $M_\odot\cdot h^{-1}$ 为单位，在他们此项工作中，暗晕所在红移均设为 $z=0$。图中的耗竭半径位于密度轮廓的相空间分布最窄的位置。



注：a), b), c) 表示以暗晕的位力质量取对数 (lg $M_{\rm vir}$) 划分的暗晕区间，图中只显示每个区间随机选择的 100 个暗晕。颜色图表示粒子的分布，由外到内的白色曲线包含 99%, 80%, 60% 的粒子的等密度轮廓；黑色和灰色曲线分别是径向速度和本动速度；垂直的红实线、品红色点划线、蓝色虚线分别是耗竭半径、回溅半径、位力半径的位置；蓝绿色的叉号代表回转半径的位置，黑色点标记最大内落的位置。

图 11　不同质量区间的归一化径向速度分布[24]

就回溅半径而言，$R_{\rm id}$ 可以粗略地被认为是回溅半径的最外围。图 11 中的回溅半径，便在距离最窄速度分布边界不远，但更内部的位置。

为了更清晰地说明，他们在图 12 中给出了一个 $M_{\rm vir}=1.35\times10^{15}M_\odot\cdot h^{-1}$ 的暗晕的径向速度相空间分布，可见最大内落的位置清晰地标示出回溅边界的外围。所以，内部耗竭边界可以理解为包含了完整的回溅族群的边界。

3　暗物质晕几种边界的观测研究和应用

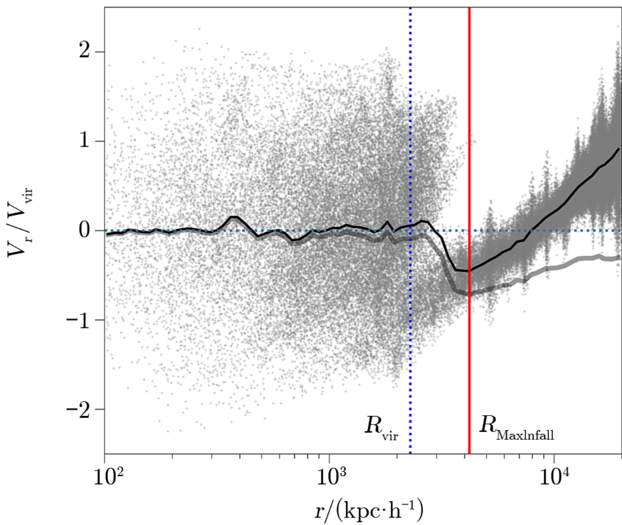
本章将介绍观测上常用的边界 R_{500}，以及关于回溅半径 ($R_{\rm sp}$) 和内部耗竭半径 ($R_{\rm id}$) 的观测支持。对于暗晕边界回溅半径的密度轮廓剧烈下降的现象，观测上，已经发现星系团中星系的数密度轮廓和物质质量轮廓也存在类似现象；而在耗竭半径这一概念提出后不久，银河系的内部耗竭半径也有人将其具体测出。

3.1　基于密度定义的 R_{500} 的观测应用

观测上，人们根据苏尼亚耶夫-泽尔多维奇 (Sunyaev-Zel'dovich, SZ) 效应[43, 44]估计质量时，经常用 M_{500} 和 R_{500} 来衡量星系团的质量和大小。如 Ricci 等人 (2020)[45]用 XXL 巡

chinaXiv:202306.00403v1

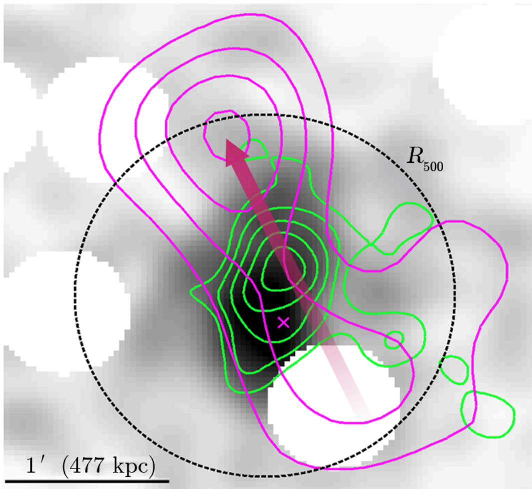
ChinaXiv合作期刊



注：图中灰色的点表示随机选取暗晕中 1% 的粒子，黑色和灰色曲线是全部的和本动径向速度的平均值，两条垂直线标记的是位力半径和最大内落速度的位置。

图 12 单个暗晕的径向速度分布图[24]

天[46]的数据研究 XLSSC 102 星系团[47]时，就使用了式 (1) 的关系式，取 $500\rho_{crit}$，即该星系团所在红移处 500 倍的宇宙临界密度，如图 13 所示。



注：图中黑色虚线圆圈是 R_{500}，背景是 X 射线面亮度图，绿色的是 SZ 信噪比 (S/N) 轮廓线，品红色的线是星系等密度信号背景比 (S/B) 轮廓线，品红色的叉号 $(\times)$ 是最亮团星系 (BCG) 的位置，粉红色的箭头代表可能的并合轴。

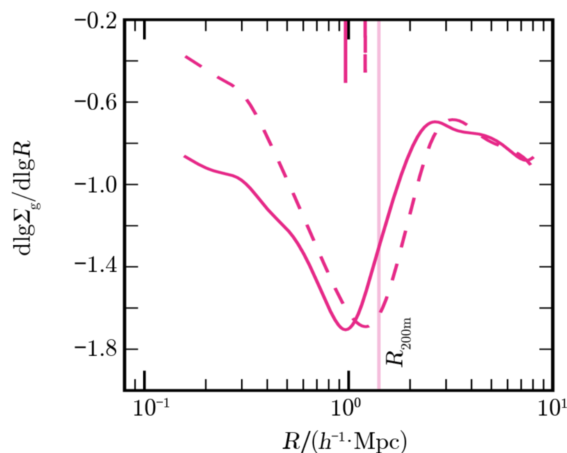
图 13 星系团 XLSSC 102 的多波段图像[45]

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

3.2　回溅半径 (R_{sp}) 的观测支持

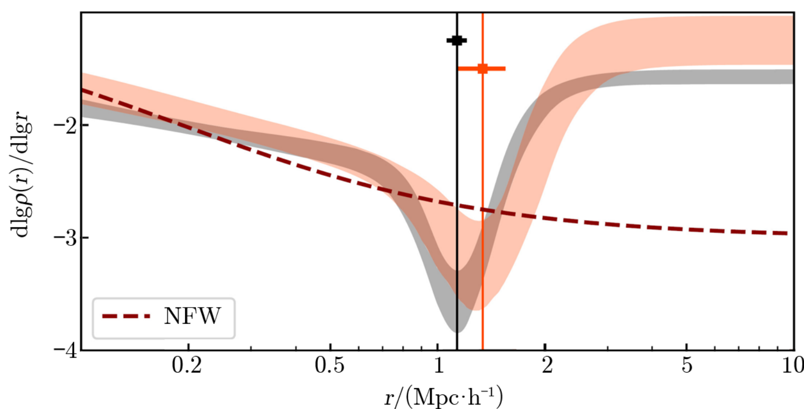
2016 年，More 等人[18]率先测得暗晕的回溅半径。他们利用 SDSS DR8[19]的星系团周围星系的面密度轮廓 ($\Sigma_g(R)$)，发现类似于 Diemer 和 Kravtsov[14]得到的斜率剧烈下降的现象，如图 14 所示。对于图中观测与模拟中回溅半径的差异，一方面可能因为参数测量偏差；另一方面也可能是由于暗物质粒子的自相互作用包含着未知的新物理，从而导致回溅半径的减小。



注：图中实线是星系，虚线是暗晕的子晕。

图 14　观测中的星系和模拟中暗晕的子晕面密度轮廓的斜率图[18]

此外，Chang 等人 (2018)[20]运用 DES 的数据，研究了星系团周围的星系数密度和弱引力透镜质量轮廓，也得到了星系密度轮廓类似回溅剧烈下降的结果，如图 15 所示。而且，重要的是，他们的弱引力透镜测量，第一次测得星系团物质轮廓的这一现象。对于图 15 中星系数密度的轮廓和弱引力透镜得到的物质质量轮廓，斜率最陡的位置相互符合；两者的幅度和形状也一致，均比 NFW 轮廓要陡峭，符合对于回溅半径特征的描述。



注：图中灰色的带是星系的数密度轮廓，红色的带是弱引力透镜得到的质量轮廓，垂直线是各自的平均 R_{sp}，水平误差棒是各自的不确定度。

图 15　星系团的星系数密度和物质质量轮廓的斜率图[20]

3.3　内部耗竭半径 (R_{id}) 的观测研究

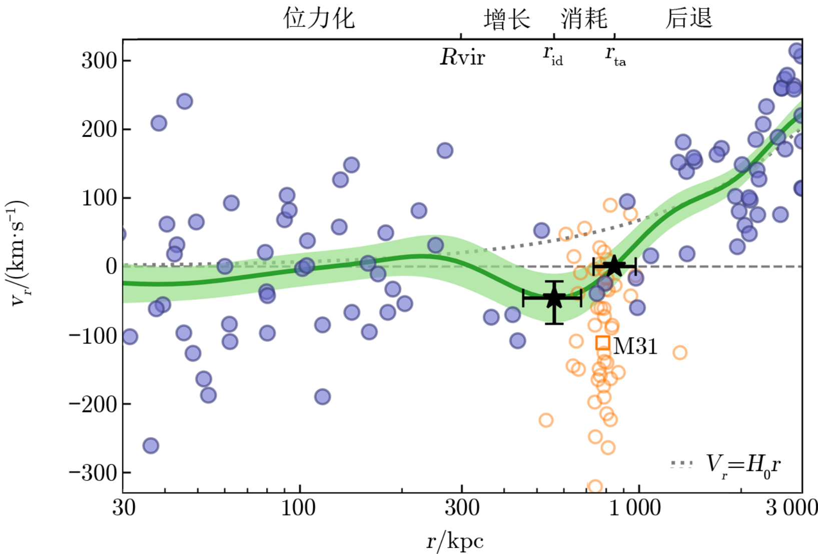
2021 年，在内部耗竭半径 (R_{id}) 提出后不久，Li 和 Han[25]便利用银河系附近 3 Mpc 内的星系[48, 49]和附近的矮星系[50]的目录，并根据附近可用的矮星系[51]的自行运动，将相对于日心的视向速度转换为相对于银心的径向速度 (不可用的则忽略自行)，首次测出银河系暗

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

晕的内部耗竭半径 ($R_{\rm id}$)。另外，他们顺便也测定了其回转半径 ($R_{\rm ta}$)，即壳层坍缩回暗晕前达到的径向速度为零的位置。

图 16 中，与 M31 的距离在 600 kpc 以内的星系用空心圆标出，在分析时忽略。他们用其余的星系 (实心圆) 计算了平均速度轮廓 (绿色的实线) 和相应的 1σ 的不确定度 (绿色的带)。最终，他们得到的银河系内部耗竭半径 $R_{\rm id}=(559\pm107)$ kpc，回转半径 $R_{\rm ta}=(839\pm121)$ kpc。



注：图中的五角星代表测得的内部耗竭半径 ($R_{\rm id}$) 和回转半径 ($R_{\rm ta}$)。

图 16 银河系附近 3 Mpc 内的星系的径向速度分布[25]

4 暗物质晕的演化过程

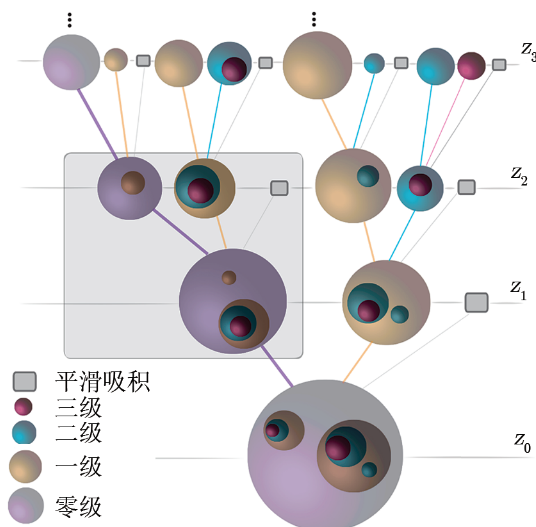
本章介绍反映暗晕并合过程的并合树，这是理解暗晕结构绕不开的话题。还举例介绍位力半径、FoF 暗晕、静态半径和回溅半径所定义的暗晕增长。位力半径的情况下可以明显看出暗晕的增长过程，分为早期快速增长和晚期慢速增长两个阶段。其他几种定义也各有特点，一同列出以便参考。

4.1 暗物质晕的并合树

数值模拟表明，当两个暗晕并合时，小质量的暗晕并不会完全消失，而是会继续以一种自束缚的，叫做子晕 (subhalo) 的形态存在，子晕受到大质量暗晕引力势的作用而绕其旋转。图 17 展示了暗晕的一连串的并合过程，紫色的球体是主祖先 (main progenitor) 晕的并合历史，称之为零级祖先 (zeroth-order progenitor)。零级祖先吸积一级祖先 (first-order progenitor) (图中橙色的球体)，后者在红移 $z=z_0$ 时变成一级子晕 (first-order subhalo)。

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊



注：图中各个紫色球体代表主祖先晕的并合历史，橙色、蓝色分别代表一级、二级祖先 (子晕)，小的灰色方块标记这是一次平滑吸积。

图 17　**一个宿主晕 (host halo) 的并合树示意图**[52]

同理，一级祖先吸积二级祖先 (second-order progenitor) (图 17 中蓝色的球体)，使其在红移 $z = z_0$ 时变成二级子晕 (second-order subhalo) 或者叫子子晕 (sub-subhalo)。以此类推，追踪主祖先晕的分支叫做主分支 (main branch)[52]。而 2.2 节提到的几种暗晕追踪和构建并合树的算法，首先通过 FoF 算法找到暗物质团块，然后根据各自的标准，得到暗晕和图 17 所示的暗晕并合树。

4.2　暗物质晕的增长过程

4.2.1　位力半径的描述

图 18 是 Zhao 等人[53] 给出的暗晕半径的增长过程。从图中可见，三种不同的密度定义的半径差别不大。暗晕常用的 NFW 轮廓[36]中，内部特征半径 r_s 定义在对数密度斜率为 -2 的位置，聚集度 (concentration) $c = r_{\rm vir}/r_s$，$r_{\rm vir}$ 为位力半径。

图 19 是 Zhao 等人[54]给出的主分支上的暗晕质量增长历史。对于暗晕的平均增长历史，他们给出如下公式：

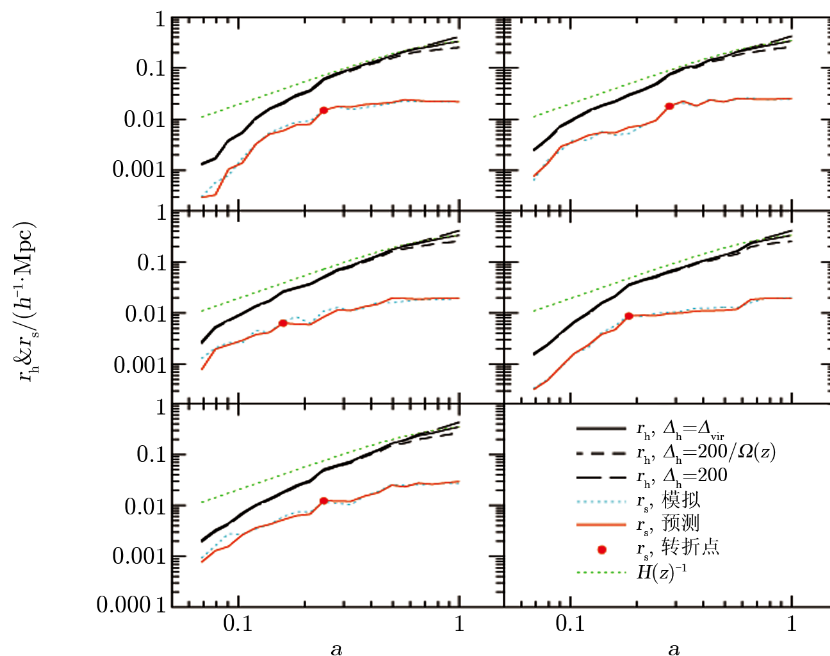
$$\frac{M_{\rm vir}(z)}{M_{\rm vir,tp}} = \frac{x^{0.3}}{1-a+ax^{-1.8a}} \quad , \tag{8}$$

其中，$x = \rho_{\rm vir,tp}/\rho_{\rm vir}(z)$，以此来表示“时间”，下标 tp 表示转折点 (turning point)，$\rho_{\rm vir}$ 表示位力密度，对于快速增长和慢速增长阶段，a 分别取 0.75 和 0.42。

暗晕的增长分为早期的快速增长和晚期的慢速增长两个阶段。由于早期的剧烈弛豫作用，物质可以得到充分的混合，位力半径 ($r_{\rm vir}$) 和特征半径 (r_s) 便可以同步增长，因此两者的比值聚集度几乎保持不变。而到了晚期以后，物质难以再落入暗晕核心，只能逐层叠加到外围，所以特征半径不变，位力半径却在增加，因而聚集度剧烈增长。

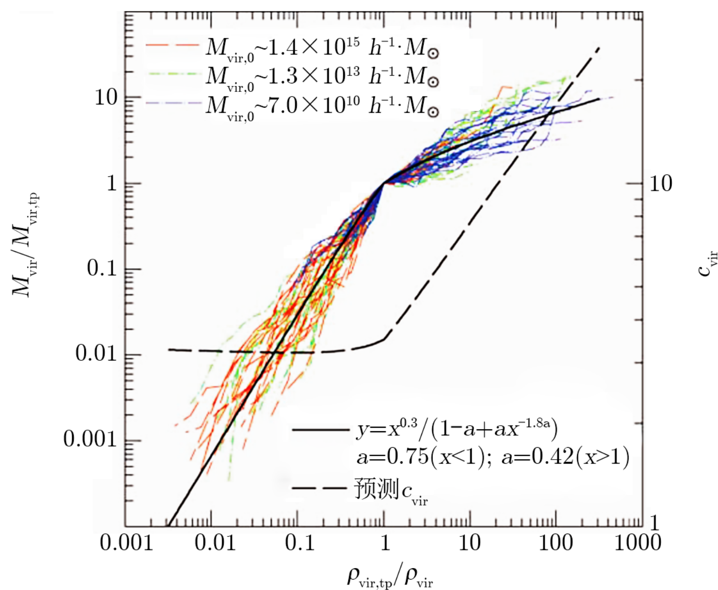
chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊



注：图中取了 5 个高分辨率的暗晕。各个子图中，实线表示 $r_{\rm vir}$，短虚线表示 $r_{\rm 200c}$，长虚线表示 $r_{\rm 200m}$；下面两条线，蓝色虚线表示模拟中的 $r_{\rm s}$，红色实线表示模型预测的 $r_{\rm s}$；红色实心点标记的转折点。

图 18 暗晕半径和内部特征半径的演化[53]



注：彩色的线是随机选取 20 个暗晕，不同质量暗晕的质量增长历史可以很好地用黑色实线表示，虚线是根据 Zhao[53] 提出的模型所预测的聚集度。

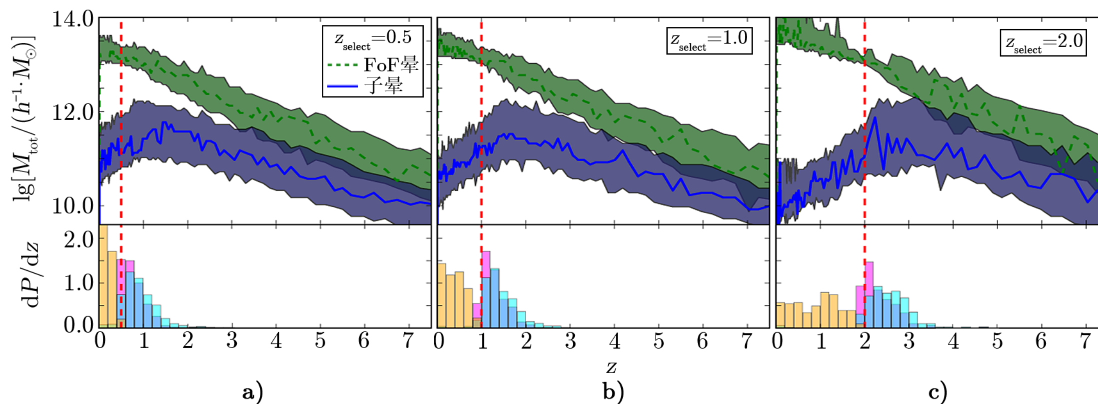
图 19 主分支上的暗晕质量增长历史[54]

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

4.2.2 FoF 暗晕的情况

Poole 等人[55]给出的 FoF 暗晕和子结构的质量随红移的演化过程，如图 20 所示。他们分别选取了数值模拟中红移 $z = 0.5, z = 1, z = 2$ 时质量大于 $10^{13}M_{\odot}\cdot h^{-1}$ 的 FoF 系统，FoF 暗晕的质量随时间增加，子结构的质量则先增加到峰值而后下降。

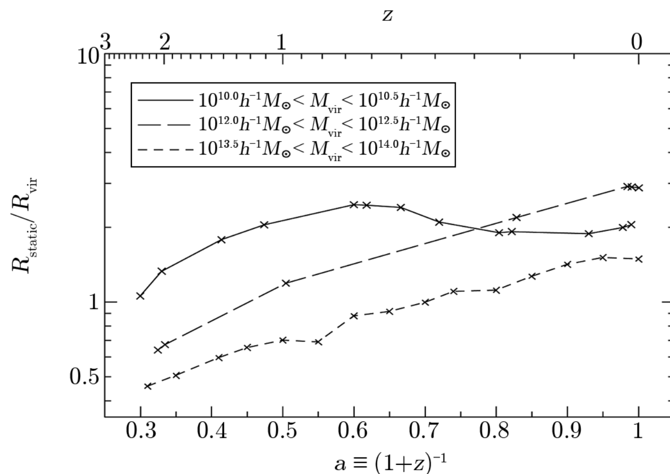


注：a), b), c) 分别对应 $z_{\rm select} = 0.5, 1.0, 2.0$ 时，质量大于 $10^{13}M_{\odot}\cdot h^{-1}$ 的 FoF 暗晕的情况。各个子图上部的绿色和蓝色部分分别表示的是 FoF 暗晕和相应的 5 个最大质量子晕的质量演化，其中阴影部分表示 68% 的置信区间，线表示分布的峰值概率。子图下部表示的则是子晕达到暗晕大小的峰值时 (蓝绿色)、吸积落入 FoF 时 (品红色)、最终并合时 (橘黄色) 的时间分布。

图 20 FoF 暗晕及其子结构的质量随时间的演化[55]

4.2.3 静态半径的情况

Cuesta 等人[8]给出的静态半径与位力半径之比随着时间 (尺度因子) 的演化关系，如图 21 所示。可以看出，以位力半径来衡量，小质量暗晕的静态区域先增加到最大值而后减小，星系质量的暗晕正在靠近这一最大值，星系团大小的暗晕的静态半径仍在增长中。



注：短虚线为星系团质量大小的暗晕，长虚线为星系质量大小的暗晕，实线为小质量暗晕。

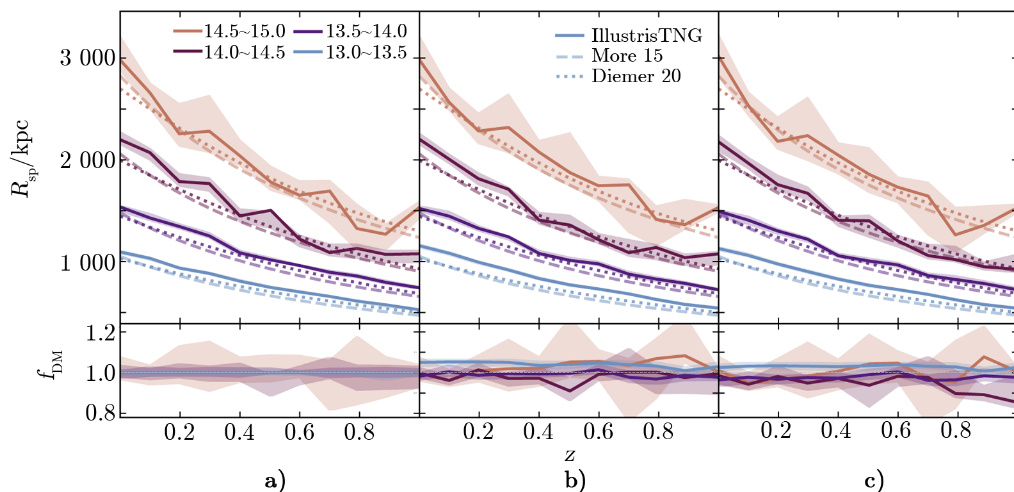
图 21 静态半径与位力半径的比值随时间的演化图[8]

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

4.2.4 回溅半径的情况

O'Neil 等人[56]给出的 $(10^{13} \sim 10^{15})M_\odot$ 暗晕回溅半径的演化 (见图 22)，他们将 IllustrisTNG 项目[57]中的 N 体模拟 TNG300-1-DM (图 a)) 和流体模拟 TNG300-1 (图 b), c)) 的结果进行比较，后者给出了只用暗物质 (图 b)) 和所有物质 (图 c)) 的情况，而前者只有暗物质。总的来说，N 体模拟与流体模拟得到的 $R_{\rm sp}$ 的结果相符合。另外，他们还与 More 等人[11](图中虚线) 以及 Diemer[58](图中点线) 的解析模型进行了比较，虽然解析模型只适用于暗物质，但为了方便参考，在各个分图中都列出。



注：a) 是 N 体模拟的暗物质的情况，b) 是流体模拟中暗物质的情况，c) 是流体模拟中的所有物质的情况。上半部分表示回溅半径和红移的关系，下半部分表示的是和 N 体模拟的情况相比的分数差分。不同颜色表示不同的质量区间，实线表示数值模拟的结果，虚线和点线则是理论模型的预测，线周围的阴影带则表示第 16 个和第 84 个百分位误差。

图 22 不同质量区间的暗晕回溅半径随红移的演化[56]

5 总结与展望

本文总结了暗物质晕边界的几种定义方式。根据球坍缩模型所提出的球形高密算法，将暗晕定义为密度达到一定值以上的球形高密度区，常用的是位力半径和位力质量。这种定义不能反映暗晕的真实情况，会出现所谓的“伪演化”现象，即根据球形高密算法，暗晕质量和半径在增长的过程中，相应的物理过程并没有明显的变化。除了 SO 算法以外，常用的暗晕定义方法还包括著名的 FoF 算法，将数值模拟中距离小于一定值的粒子连起来，得到一个个暗晕。

后来人们为此进行探索，提出了以下方法。根据暗晕静态区间的最远位置，定义静态半径，具有一定的优点。通过研究暗晕的外围，发现密度轮廓的斜率剧烈下降，比传统的 NFW 轮廓和 Einasto 轮廓更加陡峭，据此提出回溅半径的概念。本文介绍了两种算法来计

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

算回溅半径，一种是追踪粒子的轨道远心点的 SPARTA 算法；另一种是追踪各个方向，找到密度轮廓的斜率最陡峭的点来拟合成曲面的 SHELLFISH 算法。暗晕的内部耗竭半径和特征耗竭半径的概念，可以更好地体现暗晕的动力学特征，两者共同反映了耗竭沟壑的大小。其中的内部耗竭半径很好地反映了暗晕在边界处物质流动情况，其意义比回溅半径更清晰。

本文也介绍了暗晕边界和观测相关的部分。密度相关的边界比较容易观测，在用 SZ 效应计算星系团质量和大小的时候，常常使用 M_{500} 和相应的 R_{500}。而回溅半径和耗竭半径则相对较难观测。但是当人们测量星系团周围的星系的数密度轮廓，及用弱引力透镜测量物质质量轮廓时，也可以得到如同回溅特征那样斜率剧烈下降的特征。银河系的内部耗竭半径的位置，也有学者将其测出。

暗晕的并合过程由并合树所描述，由位力质量和半径可以看出，其增长分为快速增长的早期和慢速增长的晚期。而伪演化便处在晚期慢速增长阶段，如图 19 所示。

以前人们对于暗晕的研究主要集中在内部区域，因为与星系的形成有关。而近些年外围的研究更加受到关注，这一点应当与回溅半径的提出有关。另外，回溅半径观测结果与模拟结果的差异，或许与暗物质粒子的自相互作用有关，这一点能够帮助我们进一步了解和检验暗物质的性质。对于最新提出的耗竭半径的研究，暂时还没有关于暗晕增长过程等研究工作的发表，期待未来能够看到相关的成果。最后，随着机器学习，尤其是深度学习的广泛应用，期待能够帮助我们更快更好地找到暗晕的边界。

致谢

感谢李昭洲、郭宏、张友财、张佳骏、赵东海的建议和审稿人的宝贵意见。

参考文献：

[1] Aghanim N, Akrami Y, Ashdown M, et al. A&A, 2020, 641: A6
[2] Rees M J, Ostriker J P. MNRAS, 1977, 179: 541
[3] White S D M, Rees M J. MNRAS, 1978, 183: 341
[4] Gunn J, Gott J. ApJ, 1972, 176: 1
[5] Lacey C, Cole S. MNRAS, 1994, 271: 676
[6] Cole S, Lacey C. MNRAS, 1996, 281: 716
[7] Diemand J, Kuhlen M, Madau P. ApJ, 2007, 667: 859
[8] Cuesta A J, Prada F, Klypin A, et al. MNRAS, 2008, 389: 385
[9] Diemer B, More S, Kravtsov A V. ApJ, 2013, 766: 25
[10] Zemp M. ApJ, 2014, 792: 124
[11] More S, Diemer B, Kravtsov A V. ApJ, 2015, 810: 36
[12] Davis M, Efstathiou G, Frenk C S, et al. ApJ, 1985, 292: 371
[13] Jenkins A, Frenk C S, White S D M, et al. MNRAS, 2001, 321: 372
[14] Diemer B, Kravtsov A V. ApJ, 2014, 789: 1
[15] Adhikari S, Dalal N, Chamberlain R T. JCAP, 2014, 11: 019
[16] Mansfield P, Kravtsov A V, Diemer B. ApJ, 2017, 841: 34

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

[17] Diemer B, Mansfield P, Kravtsov A V, et al. ApJ, 2017, 843: 140
[18] More S, Miyatake H, Takada M, et al. ApJ, 2016, 825: 39
[19] Aihara H, Allende P C, An D, et al. ApJS, 2011, 193: 29
[20] Chang C, Baxter E, Jain B, et al. ApJ, 2018, 864: 83
[21] Diehl H T, Abbott T M C, Annis J, et al. Proc. SPIE, 2014, 9149: 91490V
[22] Bianconi M, Buscicchio R, Smith G P, et al. ApJ, 2021, 911: 136
[23] Haines C P, Finoguenov A, Smith G P, et al. MNRAS, 2018, 477: 4931
[24] Fong M, Han J. MNRAS, 2021, 503: 4250
[25] Li Z, Han J. ApJ, 2021, 915: L18
[26] Pavlidou V, Tomaras T N. JCAP, 2014, 09: 020
[27] Faraoni V, Lapierre-Léonard M, Prain A. JCAP, 2015, 10: 013
[28] Bryan G L, Norman M L. ApJ, 1998, 495: 80
[29] Diemand J, Kuhlen M, Madau P. ApJ, 2007, 657: 262
[30] Springel V, White S D M, Tormen G, et al. MNRAS, 2001, 328: 726
[31] Dolag K, Borgani S, Murante G, et al. MNRAS, 2009, 399: 497
[32] Han J, Jing Y P, Wang H, et al. MNRAS, 2012, 427: 2437
[33] Han J, Cole S, Frenk C S, et al. MNRAS, 2018, 474: 604
[34] Behroozi P S, Wechsler R H, Wu H Y. ApJ, 2013, 762: 109
[35] Rodriguez-Gomez V, Genel S, Vogelsberger M, et al. MNRAS, 2015, 449: 49
[36] Navarro J F, Frenk C S, White S D M. ApJ, 1997, 490: 493
[37] Einasto J. TrAlm, 1965, 5: 87
[38] Fillmore J A, Goldreich P. ApJ, 1984, 281: 1
[39] Lithwick Y, Dalal N. ApJ, 2011, 734: 100
[40] Diemer B. ApJS, 2017, 231: 5
[41] Savitzky A, Golay M J E. AnaCh, 1964, 36: 1627
[42] Penna M A, Dines K A. ITPAM, 2007, 29: 1673
[43] Sunyaev R A, Zel'dovich Y B. CoASP, 1972, 4: 173
[44] Sunyaev R A, Zel'dovich Y B. ARA&A, 1980, 18: 537
[45] Ricci M, Adam R, Eckert D, et al. A&A, 2020, 642: A126
[46] Pierre M, Pacaud F, Adami C, et al. A&A, 2016, 592: A1
[47] Pacaud F, Clerc N, Giles P A, et al. A&A, 2016, 592: A2
[48] Karachentsev I D, Makarov D I, Kaisina E I. AJ, 2013, 145: 101
[49] Karachentsev I D, Kaisina E I. AstBu, 2019, 74: 111
[50] McConnachie A W. AJ, 2012, 144: 4
[51] McConnachie A W, Venn K A. AJ, 2020, 160: 124
[52] Jiang F, van den Bosch F C. MNRAS, 2016, 458: 2848
[53] Zhao D H, Mo H J, Jing Y P, et al. MNRAS, 2003a, 339: 12
[54] Zhao D H, Jing Y P, Mo H J, et al. ApJ, 2003b, 597: L9
[55] Poole G B, Mutch S J, Croton D J, et al. MNRAS, 2017, 472: 3659
[56] O'Neil S, Barnes D J, Vogelsberger M, et al. MNRAS, 2021, 504: 4649
[57] Springel V, Pakmor R, Pillepich A, et al. MNRAS, 2018, 475: 676
[58] Diemer B. ApJS, 2020, 251: 17

chinaXiv:202306.00403v1

ChinaXiv合作期刊

The Recent Progress of the Boundaries of Dark Matter Haloes

SONG Jia-yu[1,2]

(1. Key Laboratory for Research in Galaxies and Cosmology, Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Dark matter haloes, whose boundary definition is controversial for a long time, are the building blocks of our universe. We review the explorations of this issue. Traditionally, the spherical overdensity definition, which defines a dense enough spherical region as a halo, can lead to the problem of pseudo-evolution. That is, according to its definition, a halo's mass and radius grow many times but without much happened in its inner structure and physical processes. Another common method is the famous friends-of-friends algorithm, which links particles nearby. Both of these two algorithms are early and classical methods, which are fast to run but have little physical meanings. Besides, new methods can always been put forward. The static radius, which is defined at the outermost location of the static region, has been introduced. The splashback radius, is proposed because of the discovery that the logarithmic slope of the density profile of haloes decreases steeply at outer region. We then introduce two algorithms to calculate the splashback radius and show some observational evidence of it. The inner depletion radius and characteristic depletion radius are defined based on halo's dynamical properties, the former has been measured through our Milky Way. There's also some connection between splashback radius and inner depletion radius, the latter could be regarded as the outermost splashback boundary. We also introduce the merger tree and accretion history of dark matter haloes. Finally, we summarize different kinds of boundaries and show some prospects.

Key words: dark matter halo; boundary; overdensity; splashback radius; depletion radius

chinaXiv:202306.00403v1